

**HEVES VÁRMEGYEI SZC SÁRVÁRI KÁLMÁN TECHNIKUM,
SZAKKÉPZŐ ISKOLA ÉS KOLLÉGIUM**
3300 Eger, Pozsonyi utca 4-6. sz.
OM azonosító: 203035

HELYI TANTERV

REÁL-INFORMATIKA MUNKAKÖZÖSSÉG

TECHNIKUM

MATEMATIKA

Közismereti Kerettanterv: 2020

A szakképzésről szóló 2019. év LXXX. törvény (Szkt.). A szakképzésről szóló törvény
végrehajtásáról szóló 12/2020. (II. 7.) Korm. rendelet (Szkr).

Hatályos 2025. szeptember 1-től

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Az 1–4. és 5–8. évfolyamos képzés nevelési-oktatási szakaszait jellemző tanuláshoz és tanításhoz képest a 9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetethők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. Néhány tétel bizonyítása azonban elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulása-tanítása egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alkalmazásának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján. Ezen folyamat során a tanuló egyre inkább képes lesz rá, hogy változatos matematikai objektumokat jelölő szimbólumokkal végezzen műveleteket.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. Ehhez – több más fogalom mellett – szükséges a függvény fogalmának változatos (nemcsak számhalmazokon értelmezett) példák mentén történő kiterjesztése.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni. A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvénytáblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon és a számonkérések alkalmával, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét. Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. Ez a differenciálás jelentheti a Nat-ban leírt tananyagtartalomnak a lehetőségekhez igazított bővítését is.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának képességét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési

képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozhat olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulásán keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát. A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatokat vagy kapcsolatokat feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőkéesség, másokkal való együttműködés készsége).

A helyi tanterv óraszámai:

Matematika 9-13. évfolyam

Évfolyam Tantárgy		9.	10.	11.	12.	13.
Matematika	Heti óraszám	4	4	3	3	-
	Éves óraszám	144	144	108	93	-
Érettségire felkészítő tantárgy: Matematika	Heti óraszám	-	-	2	2	-
	Éves óraszám	-	-	72	62	-
Összesen	Éves óraszám	144	144	180	155	-

Ez a matematika tanterv mindazon technikus tanulóknak a tanítását célozza, akik a tapasztalatok szerint a matematika iránt nem kifejezetten érdeklődnek. Célja, hogy megfelelő óraszám biztosításával, vagyis több gyakorlási lehetőséggel az érettségi vizsgán legalább közepes szintet érjenek el, illetve megfelelő matematikai alapot kapjanak a továbbtanuláshoz a szakirányú felsőoktatásban.

9–10. évfolyam

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi és az új ismeretek egységes rendszerbe foglalása, az egyes témakörökön belüli rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg először a valós számok; elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

A 9–10. évfolyamon jelen helyi tanterv szerint a matematika tantárgy órászáma 324 óra. Az egyes témakörökhöz felhasznált óraszámok 270 órát tesznek ki. A fennmaradó 18 óra ismétlésre, rendszerezésre, számonkérésre használható fel.

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Óraszám 9. évfolyam	Óraszám 10. évfolyam
Halmazok	12	0
Matematikai logika	4	10
Kombinatorika, gráfok	5	12
Számhalmazok, műveletek	3	8
Hatvány, gyök	0	21
Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	8	5
Arányosság, százalékszámítás	14	0
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	22	0
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	0	18
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	13	8
Geometriai alapismeretek	3	8
Háromszögek	19	0
Négyszögek, sokszögek	12	0
A kör és részei	0	15
Transzformációk, szerkesztések	13	14
Leíró statisztika	12	0
Valószínűség-számítás	0	12
Ismétlés, rendszerezés, számonkérés	4	13
Összes óraszám:	144	144

9. évfolyam (4 óra/hét)

<i>TÉMAKÖR:</i>	<i>Gondolkodási módszerek:</i>	<i>Óraszám:</i>
	Halmazok	12 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none"> – Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben – Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával – Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése – Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése – Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével – Szemléletes kép végtelen halmazokról 		
FOGALMAK		
alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita		
TEVÉKENYSÉGEK		
<ul style="list-style-type: none"> – Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása – Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása – A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitalálása különböző tulajdonságok alapján – Barkochba játék – A „végtelen szálloda” mint modell – Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával 		
TANULÁSI EREDMÉNYEK		

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz;
- halmazokat különböző módokon megad;
- halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi.

TÉMAKÖR:	Gondolkodási módszerek:	Óraszám:
	Matematikai logika	4 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none">– A matematikai bizonyítás fogalma– Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)– Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban		
FOGALMAK		
tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”,		
TEVÉKENYSÉGEK		
<ul style="list-style-type: none">– „Bíróági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására– „Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában		
TANULÁSI EREDMÉNYEK		
A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: <ul style="list-style-type: none">– látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat; A témakör tanulása eredményeként a tanuló: <ul style="list-style-type: none">– adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;– alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;		

TÉMAKÖR:	Gondolkodási módszerek:	Óraszám:
	Kombinatorika, gráfok	5 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none"> – Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában – Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására 		
FOGALMAK		
gráf, gráf csúcsa, gráf éle		
TEVÉKENYSÉGEK		
<ul style="list-style-type: none"> – Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal – Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában 		
TANULÁSI EREDMÉNYEK		
<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi; – konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével; – alkalmazza a logikai szita elvét. 		

TÉMAKÖR:	Aritmetika, algebra:	Óraszám:
	Számhalmazok, műveletek	3 óra

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none"> – Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata – Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása – Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokának meghatározása – Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése 		
FOGALMAK		
nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprok		
TEVÉKENYSÉGEK		
<ul style="list-style-type: none"> – A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek – Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel – Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával – Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről – A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása – Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata 		
TANULÁSI EREDMÉNYEK		
<p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben; – ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprok fogalmát; – a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt; 		

TÉMAKÖR:	Aritmetika, algebra:	Óraszám:
	Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	8 óra

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:	
<ul style="list-style-type: none"> – Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa – Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során – Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás alkalmazásával 	
FOGALMAK	
összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, polinom	
TEVÉKENYSÉGEK	
<ul style="list-style-type: none"> – „Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvészlucikok algebrai magyarázata – Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése 	
TANULÁSI EREDMÉNYEK	
<p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – műveleteket végez algebrai kifejezésekkel; – ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat; – átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás alkalmazásával. 	

TÉMAKÖR:	Aritmetika, algebra:	Óraszám:
	Arányosság, százalékszámítás	14 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		

<ul style="list-style-type: none"> – Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során – Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése – Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös) – Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből – Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása 	
FOGALMAK	
egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléérték, százalékláb	
TEVÉKENYSÉGEK	
<ul style="list-style-type: none"> – Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában szükség esetén grafikon segítségével – Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével 	
TANULÁSI EREDMÉNYEK	
<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált; – ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot. 	

TÉMAKÖR:	Aritmetika, algebra:	Óraszám:
	Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	22 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		

<ul style="list-style-type: none"> – Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése – Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése – A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása – A kiválasztott modellben a probléma megoldása – A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve – Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete – Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvvel és grafikusán – Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusán – Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keverékes feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)
FOGALMAK
alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv
TEVÉKENYSÉGEK
<ul style="list-style-type: none"> – Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából – Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata – Nyílt végű problémák megoldása – Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában – Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése
TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;
- megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.

TÉMAKÖR:	Függvények és sorozatok:	Óraszám:
	A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	13 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		

<ul style="list-style-type: none"> – Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű – Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete – Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése – Függvények ábrázolása táblázat alapján – Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására – A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása – Lineáris függvény, másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény, fordított arányosságot leíró függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai – Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $f(x)$ – Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján – Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során – Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása
FOGALMAK
egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás
TEVÉKENYSÉGEK
<ul style="list-style-type: none"> – Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában – Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet) – A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról) – Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével – Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával – Szöveges feladatok megoldása grafikus úton – Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével
TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
- adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
- táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
- a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

TÉMAKÖR:	Geometria:	Óraszám:
	Geometriai alapismeretek	3 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none"> – Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban – Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása – Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek – A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint pontthalmazok tulajdonságainak ismerete – Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata – Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása 		
FOGALMAK		
pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlósszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező		
TEVÉKENYSÉGEK		
<ul style="list-style-type: none"> – Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése 		
TANULÁSI EREDMÉNYEK		

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;
- ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel

TÉMAKÖR:	Geometria:	Óraszám:
	Háromszögek	19 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none">– A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint– Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között– Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög– A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör– Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása– A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása– A Pitagorasz-tétel bizonyítása– Háromszög területének kiszámítása		
FOGALMAK		
szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör		
TEVÉKENYSÉGEK		

<ul style="list-style-type: none"> – A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetés szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában – Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában – A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagorasz-tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával
TANULÁSI EREDMÉNYEK
<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén; – ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált; – sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választ; – kiszámítja háromszögek területét. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait; – ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket; – ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.

TÉMAKÖR:	Geometria:	Óraszám:
	Négyszögek, sokszögek	12 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none"> – Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása – Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása – Szabályos sokszög fogalmának ismerete – Szabályos sokszög területe átdarabolással 		

FOGALMAK
trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög
TEVÉKENYSÉGEK
<ul style="list-style-type: none"> – Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formulák felfedeztetése átdarabolással – A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálás átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével – Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan
TANULÁSI EREDMÉNYEK
<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén; – ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált; – sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg a választ; – ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja; – átdarabolással kiszámítja sokszögek területét. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.

TÉMAKÖR:	Geometria:	Óraszám:
	Transzformációk, szerkesztések	13 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		

<ul style="list-style-type: none"> – Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés) – A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságaik – A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével – Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása – Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel – Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban – Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában – Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása – Négyszögek egybevágósága – Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió – Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)
FOGALMAK
tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege
TEVÉKENYSÉGEK
<ul style="list-style-type: none"> – Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés filmvetítés – A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja – M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása – A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével – A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgatós, színezős) páros munkában
TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismer példákat geometriai transzformációkra;
- ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;
- megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükrképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltolját hagyományosan és digitális eszközzel;
- geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.

TÉMAKÖR:	Statisztika és valószínűség:	Óraszám:
	Leíró statisztika	12 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none">– Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése– Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból– Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel– A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések– Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel– Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása– Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont– Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén		
FOGALMAK		
oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz		
TEVÉKENYSÉGEK		

<ul style="list-style-type: none"> – Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése – A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában – Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetők-e az ismert középértékekkel – Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért – Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében 	
TANULÁSI EREDMÉNYEK	
<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez; – hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli; – felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel. 	
Ismétlés, rendszerezés, számonkérés	Óraszám: 4 óra

10. évfolyam

(4 óra/hét)

TÉMAKÖR:	Gondolkodási módszerek:	Óraszám:
	Matematikai logika	10 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none">– A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban– A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben– Adott állítás megfordításának megfogalmazása– „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása– Stratégiai és logikai játékok		
FOGALMAK		
„vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor”		
TEVÉKENYSÉGEK		
<ul style="list-style-type: none">– Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”– Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok– Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok		
TANULÁSI EREDMÉNYEK		
<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none">– megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;– tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none">– ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;– megfogalmazza adott állítás megfordítását;– helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.		

TÉMAKÖR:	Gondolkodási módszerek:	Óraszám:
	Kombinatorika, gráfok	12 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none"> – Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel – Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban – Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában 		
FOGALMAK		
permutáció, kombináció, variáció		
TEVÉKENYSÉGEK		
<ul style="list-style-type: none"> – Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával – Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására – Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal – Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása – Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása – Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása 		
TANULÁSI EREDMÉNYEK		
<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi; – a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot; – a kiválasztott modellben megoldja a problémát; – megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat; – véges halmazok elemszámát meghatározza; – alkalmazza a logikai szita elvét. 		

TÉMAKÖR:	Aritmetika, algebra:	Óraszám:
	Számhalmazok, műveletek	8 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none"> – Tizedes törtek átírása közös nevezőre és visszont – Irracionális számok szemléltetése – Racionális számok elhelyezkedése számszámképen – Valós számok adott helyre kerekítése – Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése 		
FOGALMAK		
racionális szám, irracionális szám, valós szám		
TEVÉKENYSÉGEK		
<ul style="list-style-type: none"> – A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek – Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel – Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával – Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről – A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása – Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata 		
TANULÁSI EREDMÉNYEK		
<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig; – ismer példákat irracionális számokra. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – racionális számokat tizedes tört és közös nevezőre tört alakban is felír; – ismeri a valós számok és a számszámképes kapcsolatot; – valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít. 		

TÉMAKÖR:	Aritmetika, algebra:	Óraszám:
	Hatvány, gyök	21 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none"> – Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre – Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre – A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése – A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén – Számok normálalakja – Számolás normálalak segítségével – A négyzetgyök definíciója – Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével – A négyzetgyökvonás azonosságai 		
FOGALMAK		
hatványalap, hatványkitevő, normálalak, négyzetgyök		
TEVÉKENYSÉGEK		
<ul style="list-style-type: none"> – Projektmunka: hányszor lehet félbehajteni egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécépapírral – Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában 		
TANULÁSI EREDMÉNYEK		
<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát; – ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait; – ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait; – ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát. 		

TÉMAKÖR:	Aritmetika, algebra:	Óraszám:
	Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	10 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none"> – Az $(a + b)^2$, az $(a - b)^2$ és az $(a + b)(a - b)$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában) – Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel – Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával 		
FOGALMAK		
összeg, tag, szorzat, tényező, együttható, teljes négyzet, polinom		
TEVÉKENYSÉGEK		
<ul style="list-style-type: none"> – Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése – A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése – Számolási „trükkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének, $99 \cdot 101$ típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben 		
TANULÁSI EREDMÉNYEK		
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: <ul style="list-style-type: none"> – ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat; – átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával. 		

TÉMAKÖR:	Aritmetika, algebra:	Óraszám:
	Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	18 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none"> – Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése – Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése – A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása – A kiválasztott modellben a probléma megoldása – A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve – Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal – Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusan – Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása – Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusan – Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása – $\sqrt{x+c} = ax+b$ 		
FOGALMAK		
másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényezős alak, ekvivalens átalakítás		
TEVÉKENYSÉGEK		
<ul style="list-style-type: none"> – Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve – Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során – Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről érdekességeiről 		
TANULÁSI EREDMÉNYEK		

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket; ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényezős alakot.

TÉMAKÖR:	Függvények és sorozatok:	Óraszám:
	A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	8 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none">– Másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény, grafikonja, tulajdonságai– Másodfokú függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $f(x)$– Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során– Kölcsonösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása		
FOGALMAK		
egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás		
TEVÉKENYSÉGEK		

- Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése
- Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
- Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával
- Szöveges feladatok megoldása grafikus úton
- Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
- táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
- a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

TÉMAKÖR:	Geometria:	Óraszám:
	Geometriai alapismeretek	8 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none"> – Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek – A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint pontthalmazok tulajdonságainak ismerete – Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata – Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása 		

FOGALMAK	
pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező	
TEVÉKENYSÉGEK	
<ul style="list-style-type: none"> – Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése – Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közelítőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése 	
TANULÁSI EREDMÉNYEK	
<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét; – felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát; – ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait; – ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel 	

TÉMAKÖR:	Geometria:	Óraszám:
	A kör és részei	15 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		

<ul style="list-style-type: none"> – Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával – Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével – Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása – Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak – A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása – A Thalész-tétel bizonyítása 		
FOGALMAK		
középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok		
TEVÉKENYSÉGEK		
<ul style="list-style-type: none"> – Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása – A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával 		
TANULÁSI EREDMÉNYEK		
<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén; – ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált; – sík- és térgeometria feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét; – ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral; – ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását. 		

TÉMAKÖR:	Geometria:	Óraszám:
-----------------	------------	----------

	Transzformációk, szerkesztések	14 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none"> – Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió – A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai – A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában – Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés) 		
FOGALMAK		
tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege, középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya		
TEVÉKENYSÉGEK		
<ul style="list-style-type: none"> - Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában - Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján 		
TANULÁSI EREDMÉNYEK		
<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételt. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismer példákat geometriai transzformációkra; – ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát; – geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit. 		

TÉMAKÖR:	Statisztika és valószínűség:	Óraszám:
	Valószínűség-számítás	12 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none"> – Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése – A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon – A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása – Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel 		
FOGALMAK		
valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás		
TEVÉKENYSÉGEK		
<ul style="list-style-type: none"> – Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére – Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében a dobás első hatos dobás eloszlása – Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján – Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása 		
TANULÁSI EREDMÉNYEK		
<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel; – véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz. 		

Ismétlés, rendszerezés, számonkérés	Óraszám: 8 óra
-------------------------------------	-------------------

11–12. évfolyam

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulónak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismételésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalomnak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordinátageometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznék feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordinátageometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

A 11–12. évfolyamon jelen helyi tanterv szerint a matematika tantárgy óraszámja 201 óra. Ehhez adódik az érettségre felkészítő tantárgy 134 órája. Az összesen 335 órából az egyes témakörökhöz felhasznált óraszámok 247 órát tesznek ki. Rendszerező összefoglalásra, az érettségi vizsgára történő felkészítésre a 12. évfolyam végén 63 óra áll rendelkezésre. A fennmaradó 25 óra ismételésre, rendszerezésre, számonkérésre, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra használható fel a két évfolyamon.

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, matematikai logika	10
Kombinatorika, gráfok	16
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	23
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	20
Exponenciális folyamatok vizsgálata	20
Sorozatok	30
Trigonometria	24
Térgeometria	33
Koordinátageometria	24

Leíró statisztika	20
Valószínűség-számítás	27
Rendszerező összefoglalás	63
Ismétlés, rendszerezés, számonkérés, felzárkóztatás, tehetséggondozás	25
Összes óraszám:	335

11. évfolyam

(3+2 óra/hét)

<i>TÉMAKÖR:</i>	<i>Gondolkodási módszerek:</i>	<i>Óraszám:</i>
	Kombinatorika, gráfok	16 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none"> – Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása – A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása – Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül – A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában 		
FOGALMAK		
faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban		
TEVÉKENYSÉGEK		
<ul style="list-style-type: none"> – Anagramma készítése a tanulók neveiből – A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása – A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével – Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése – Visszatevése és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátéssza, a tapasztalatok összegyűjtése 		
TANULÁSI EREDMÉNYEK		

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.

TÉMAKÖR:	<i>Aritmetika, algebra:</i>	<i>Óraszám:</i>
	Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	23 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none">– Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása– A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása– Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül– A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezős felbontásból– Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása– Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)– Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben– Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata– A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig– Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete– Példák irracionális számokra– Számhalmazok műveleti zártága		
FOGALMAK		
természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek		
TEVÉKENYSÉGEK		

- Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása
- Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények
- Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
- Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás
- Halmazábra elkészítése a számhalmazokról

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;
- összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;
- meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;
- érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;
- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

TÉMAKÖR:	<i>Aritmetika, algebra: (Függvények és sorozatok)</i>	Óraszám:
	Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	20 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none"> – Az n-edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása – Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén – Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén – A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén – Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai – A logaritmus értelmezése – Áttérés más alapú logaritmusra – Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához 		
FOGALMAK		

n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus
TEVÉKENYSÉGEK
<ul style="list-style-type: none"> – A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt – Matematikátörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában – Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában – Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével – 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel
TANULÁSI EREDMÉNYEK
<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát; – ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait; – képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol; – adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

TÉMAKÖR:	<i>Aritmetika, algebra</i> <i>(Függvények és sorozatok):</i>	Óraszám:
	Exponenciális folyamatok vizsgálata	20 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		

- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
- Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

FOGALMAK

Nincsenek új fogalmak.

TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban
- Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában
- Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
- megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket.

TÉMAKÖR:	<i>Geometria:</i>	<i>Óraszám:</i>
	Trigonometria	24 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none"> – Hegyesszög szinusza, koszinusa, tangense – Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben – Tompaszög szinusza, koszinusa, tangense – Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszí összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei – Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével – Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében – Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása – A szinusztétel bizonyítása – Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével – A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva – Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása 		
FOGALMAK		
szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel		
TEVÉKENYSÉGEK		
<ul style="list-style-type: none"> – Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése – Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján – Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában 		
TANULÁSI EREDMÉNYEK		

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
- alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
- kiszámítja háromszögek területét;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

TÉMAKÖR:	<i>Geometria:</i>	<i>Óraszám:</i>
	Koordinátageometria	24 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none"> – A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása – A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása – Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában – Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben – Adott feltételeknek megfelelő pontthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben – Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján – Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái – Szakaszflezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján – Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban – Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján – Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái – A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében 		
FOGALMAK		
vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete		

TEVÉKENYSÉGEK	
<ul style="list-style-type: none"> – „Torpedójáték” koordináta-rendszerben – Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével – Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján – Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával – Gondolattérkép készítése a koordináta-geometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában – „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével – „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben 	
TANULÁSI EREDMÉNYEK	
<p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat; – ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket; – alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában; – megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben; – koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat; – koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal; – ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét; – egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére; – kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében; – megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében; – felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot. 	

TÉMAKÖR:	<i>Statisztika és valószínűség:</i>	<i>Óraszám:</i>
	Leíró statisztika	20 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		

<ul style="list-style-type: none"> – A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete – Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése – Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal – Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása – A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések – Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal – Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése 	
FOGALMAK	
reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás	
TEVÉKENYSÉGEK	
<ul style="list-style-type: none"> – Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre – Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között – A Simpson-paradoxon bemutatása példákon – Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása – Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése 	
TANULÁSI EREDMÉNYEK	
<p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez; – hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli; – ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására; – felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén. 	

TÉMAKÖR:	<i>Statisztika és valószínűség:</i>	<i>Óraszám:</i>
	Valószínűség-számítás	18 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		

<ul style="list-style-type: none"> – Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre – Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására – Példák ismerete független és nem független eseményekre – A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása – Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén – Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)
FOGALMAK
események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel
TEVÉKENYSÉGEK
<ul style="list-style-type: none"> – Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában – Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában – Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése – Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése
TANULÁSI EREDMÉNYEK
<p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza; – ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet; – meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

Ismétlés, rendszerezés, számonkérés	Óraszám: 15 óra
--	----------------------------------

12. évfolyam

(3+2 óra/hét)

TÉMAKÖR:	<i>Gondolkodási módszerek:</i>	<i>Óraszám:</i>
	Halmazok, matematikai logika	10 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none"> – A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül – Logikai kifejezések megfelelő használata – Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása – Stratégiai és logikai játékok 		
FOGALMAK		
logikai műveletek		
TEVÉKENYSÉGEK		
<ul style="list-style-type: none"> – A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével – Rejtvényűjságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül – Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő” – Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok – Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok 		
TANULÁSI EREDMÉNYEK		
<p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat; – megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét; – tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani. 		

TÉMAKÖR:	<i>Függvények és sorozatok:</i>	<i>Óraszám:</i>
-----------------	---------------------------------	-----------------

	Sorozatok	30 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none"> – A számsorozat fogalmának ismerete – Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval – Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint – Számtani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege – Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege – A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása – Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában – Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása – Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjáradék és törlesztőrészlet számítása – Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása 		
FOGALMAK		
számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjáradék, törlesztőrészlet		
TEVÉKENYSÉGEK		
<ul style="list-style-type: none"> – Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat – Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével – A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása – Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével 		
TANULÁSI EREDMÉNYEK		
<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat; – a számtani/mértani sorozat n-edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében; – a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja; – ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát; – mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában. 		

TÉMAKÖR:	<i>Geometria:</i>	<i>Óraszám:</i>
	Térgeometria	33 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none"> – Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban – A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete – Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete – Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben – A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban – A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben – A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással – Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása – A hasonló síkidomok területének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása – A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása 		
FOGALMAK		
kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplapp, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálój		
TEVÉKENYSÉGEK		
<ul style="list-style-type: none"> – Hétköznapi tárgyak (üdítődoboz, vizesflakon, tejfölösdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel – A Louvre bejárataként épített üvegpíris földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről) – Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén – Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel – A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellel méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal 		
<ul style="list-style-type: none"> – Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai 		

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választ;
- ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;
- lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
- kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;
- ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.

TÉMAKÖR:	<i>Statisztika és valószínűség:</i>	Óraszám:
	Valószínűség-számítás	9 óra
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK:		
<ul style="list-style-type: none">– A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása– A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban		
FOGALMAK		
geometriai valószínűség, várható érték		
TEVÉKENYSÉGEK		
<ul style="list-style-type: none">– Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése faábrák segítségével– Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyeremény és az igazságosság fogalmának kialakítása		

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;

RENDSZEREZŐ ÖSSZEFOGLALÁS

Óraszám:

63 óra

TÉMAKÖR:

Gondolkodási módszerek (9)

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK	TEVÉKENYSÉGEK
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.
Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.

Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.
TANULÁSI EREDMÉNYEK <ul style="list-style-type: none"> – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani – A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is. 	
TÉMAKÖR: Aritmetika, algebra (19)	
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK	TEVÉKENYSÉGEK
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.

Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlet típusok és egyenlőtlenség típusok önálló megoldása.
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.
<p>TANULÁSI EREDMÉNYEK</p> <ul style="list-style-type: none"> – A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. – Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése. – A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával. – Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban. 	
<p>TÉMAKÖR: Függvények és sorozatok (7)</p>	
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK	TEVÉKENYSÉGEK

A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	<p>Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete.</p> <p>Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban.</p> <p>Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.</p>
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).
<p>Függvénytranszformációk: $f(x) \pm c$, $f(x) \pm c$; $cf(x)$; $f(cx)$.</p> <p>Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.</p>	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.
	<p>Függvények használata valós folyamatok elemzésében.</p> <p>Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.</p>
<p>TANULÁSI EREDMÉNYEK</p> <ul style="list-style-type: none"> – Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása. – Függvénytranszformációk végrehajtása. – Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete. – Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése. – A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások. – Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról. 	
<p>TÉMAKÖR: Geometria (19)</p>	
FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK	TEVÉKENYSÉGEK
Geometriai alapfogalmak, pontthalmazok.	

Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.
Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.	
Vektorok, vektorok koordinátái Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.	
Vektorok alkalmazásai.	

<p>Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.</p>	<p>Geometria és algebra összekapcsolása.</p>
<p>TANULÁSI EREDMÉNYEK</p> <ul style="list-style-type: none"> – Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében. – A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban. – A valós problémákhoz geometriai modell alkotása. – Hosszúság, szög, terület, felszín és térfogat kiszámítása. – Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása. – Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása. – A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása. 	
<p>TÉMAKÖR: Statisztika és valószínűség (9)</p>	
<p>FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK</p>	<p>TEVÉKENYSÉGEK</p>
<p>Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.</p>	<p>Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.</p>
<p>Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége.</p> <p>A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján.</p> <p>A véletlen törvényszerűségei.</p>	<p>A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.</p> <p>A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.</p>

TANULÁSI EREDMÉNYEK

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

ÖSSZESEGÉBEN:

- A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.
- Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
- A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.

Ismétlés, rendszerezés, számonkérés**Óraszám:****10 óra****Szemponatok a tanulók teljesítményének értékeléséhez**

Az értékelés célja a tanuló előrehaladásának, illetve a tanári közvetítés eredményességének vizsgálata. Az iskola pedagógiai programjában meghatározott módon értékeljük.

A tanárnak a tanulók évközi munkáját folyamatosan figyelemmel kell kísérnie.

A tanulók tevékenységének értékelése a tanulói ismeretek, tevékenységek, szóbeli és írásbeli értékelése alapján történhet:

- Diagnosztikus mérések (a mérések olyan információt szolgáltatnak, amelyek elemzése segítséget nyújthat a tanárnak a hiányosságok feltárásához, a hibák korrigálásához, a problémák jó megoldásának megtalálásához).
- *Témazáró dolgozatok*, felmérések (Az összeállításánál egyik fontos szempont legyen, hogy a kitűzött feladatok megoldása beleférjen a tervezett időkeretbe. A felmérést különböző nehézségű feladatokból célszerű összeállítani. Legyen köztük az adott téma alapvető ismereteire közvetlenül épülő, valamint begyakorolt típusfeladat és olyan feladat is, amelyik megoldása megfelelő nehézségű akadály elé állítja a matematikából tehetségesebb, jól felkészült tanulókat is. A két utolsó évfolyamon fontos a kitűzött feladatok között választhatót is szerepeltetni, ez az érettségi előkészítést is segíti. A tizenkettedik évfolyamon célszerű dupla órás témazárót, valamint egy próba-érettségi feladatsort is írni.)
- Az *írásbeli* beszámolók más formái lehetnek a 10-20 perces röpdolgozatok, valamint az otthoni munkára építő házi dolgozat (kutatómunka összegezése, projekt feladat beszámolója).
- A *szóbeli* felelet lehet egy-egy probléma megoldása, kiselőadás tartása pl. matematikátörténeti érdekességekről.

Az értékelés alapelvei a következetesség, a humánus, a kölcsönös bizalom legyenek. Ezzel az értékelés is megerősítheti a pozitív motivációt.

Az egyéni értékelés összegzésének összetevői:

- Különféle tevékenységi formákban mutatott aktivitás, a társakkal való együttműködés képessége alapján.
- Előre kiadott témák közül tetszés szerint választott kérdéskör feldolgozása (képi, írásbeli, szóbeli) és ennek értékelése.
- Projekt munkában való részvétel (egyéni vagy csoportos) szóbeli, írásbeli értékelése.